القياس الستينى والقياس الدائري للزاوية

القياس الستيني للزاوية :

يعتمد القياس الستيني على تقسيم الدائرة إلى ٣٦٠ قوس متساوي في القياس ويمثل الزاوية المركزية المقابلة لكل قوس بدرجة واحدة

وتم تقسيم كل درجة إلى ٦٠دقيقة ١° = ٦٠′

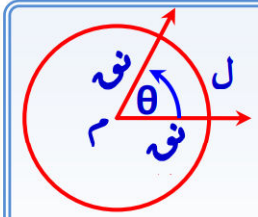
وتم تقسيم كل دقيقة إلى ٦٠ ثانية ١′ = ٦٠″

يعتمد القياس الدائري على الحقيقة الهندسية :

في الدوائر متحدة المركز النسبة بين طول القوس لأى زاوية مركزية وطول نصف قطر دائرتها يساوي مقدار ثابتا استخدم للتعبير عن قياس الزاوية المركزية

القياس الدائري للزاوية :

القياس الدائري لزاوية مركزية في دائرة = طول القوس الذي تحصره الزاوية / طول نصف قطر الدائرة



$\theta^{د} = \frac{ل}{نق}$

باستخدام هذا المثلث يمكن استنتاج العلاقة بين $\theta^{د}$ ، ل ، نق

$\theta^{د} = \frac{ل}{نق}$ ⇐ $نق = \frac{ل}{\theta^{د}}$ ⇐ $ل = \theta^{د} \times نق$

$\theta^{د}$: القياس الدائرى

ل : طول القوس

نق: نصف قطر الدائرة

ملاحظـــات:

كل قوانين القياس الدائري هي للزاوية المركزية فقط ولا يستخدم قياس الزاوية المحيطية فيها

العلاقة بين قياس الزاويتين المركزية والمحيطية :

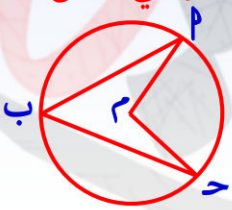
من ذاكريات ثالثة إعدادي

قياس الزاوية المركزية = ضعف قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس

☑ في الشكل المقابل

ق(∠م) = ٢ ق(∠ب)

ق(∠م) = ق(أحـ) ⇐ قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها

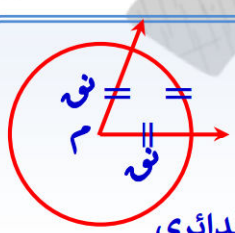


وحدة قياس الزاوية في القياس الدائري :

هي الزاوية النصف قطرية ويرمز لها بالرمز ١ ^{نق} ويقرأ واحد دائري (راديان)

تعريف الزاوية النصف قطرية : هي الزاوية المركزية التي تحصر قوساً طوله يساوي طول نصف قطر الدائرة

الراديان ، الدائري ، والزاوية النصف قطرية ٣ أسماء لوحدة قياس الزاوية بالنظام الدائري



مثال ١ زاوية مركزية في دائرة طول نصف قطرها ١٥ سم ،وتحصر قوسا طوله ٢٥سم
أوجـد:القياس الدائري للزاوية المركزية

الحـــــــل

نق = ١٥سم ، ل = ٢٥سم ، θ^{c} = ؟؟؟؟

$$\theta^{c} = \frac{ل}{نق} = \frac{٢٥}{١٥} = ١,٦٧^{c}$$

مساحة ومحيط الدائرة :

- مساحة الدائرة = $\pi نق^{٢}$
- محيط الدائرة = $٢\pi نق$

مثال ٢ أوجـد مساحة الدائرة التي فيها زاوية محيطية قياسها $\frac{\pi}{٤}$ تحصر قوسا طولة ٣πسم

الحـــــــل

θ^{c} = قياس الزاوية المركزية = ٢ × المحيطية = $٢ \times \frac{\pi}{٤} = \frac{\pi}{٢}$

$$نق = \frac{ل}{\theta^{c}} = \frac{٣\pi}{\frac{\pi}{٢}} = ٣\pi \times \frac{٢}{\pi} = ٦سم$$

مساحة الدائرة = $\pi نق^{٢} = \pi \times ٢٦ = ٣٦\pi$سم

خلي بالك
- عند حساب مساحة الدائرة ومحيط الدائرة بنحسب الناتج بدلالة π
- يعني متعوضش عن π وسيبها ذي ما هي

العلاقة بين القياس الدائري والستيني :

- العلاقة بين القياسين الدائري والستيني هي: $\frac{س^{\circ}}{١٨٠^{\circ}} = \frac{\theta^{c}}{\pi}$ ومنها نستنتج أن
- $س^{\circ} = \frac{\theta^{c}}{\pi} \times ١٨٠^{\circ}$ لحساب القياس الستيني "الدرجات" لو أنت عارف الدائري
- $\theta^{c} = \frac{س^{\circ}}{١٨٠^{\circ}} \times \pi$ لحساب القياس الدائري لو أنت عارف الستيني "الدرجات"

مثال ٣ أوجـد القياس الدائري لزاوية قياسها الستيني ١٢٠°

الحـــــــل

$\therefore س^{\circ} = ١٢٠^{\circ}$

$$\therefore \theta^{c} = \frac{س^{\circ}}{١٨٠^{\circ}} \times \pi = \frac{١٢٠^{\circ}}{١٨٠^{\circ}} \times \pi = \frac{٢\pi}{٣}$$

أشهر القياسات الدائرية وما يساويها بالدرجات :

- دي الزوايا الربعية أعرفها كويس جدا
  - π تكافئ ١٨٠°
  - ٢π تكافئ ٣٦٠°
  - $\frac{\pi}{٢}$ تكافئ ٩٠°
  - $\frac{٣\pi}{٢}$ تكافئ ٢٧٠°
- دي أشهر زوايا هتقابلك خليك فاكرها كويس جدا
  - $\frac{\pi}{٦}$ تكافئ ٣٠°
  - $\frac{\pi}{٣}$ تكافئ ٦٠°
  - $\frac{\pi}{٤}$ تكافئ ٤٥°

لو صعبت الحل لو جت السهل
علاقة رأيت قدها

مثال ٤ أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

الزاوية التي قياسها $\frac{\pi ٢}{٣}$ تقع في الربع.....

(أ) الأول (ب) الثاني (حـ) الثالث (د) الرابع

الحـــــل

$\because \frac{\pi ٢}{٣} = \frac{٢ \times ١٨٠^\circ}{٣} = ١٢٠^\circ$ ⟸ ١٢٠° محصورة بين ٩٠° ، ١٨٠°

$\therefore ١٢٠^\circ$ تقع في الربع الثاني الإختيار (ب)

مثال ٥ أوجد قيمة القياس الدائري والقياس الستيني لزاوية مركزية تحصر قوسا طوله ١٣سم في دائرة طول نصف قطرها ١٠سم

الحـــــل

نق = ١٠سم ، ل = ١٣سم ، $\theta^ء$ = ؟؟؟؟ ، س$^\circ$ = ؟؟؟؟

$\theta^ء = \frac{ل}{نق} = \frac{١٣}{١٠} = ١,٣^ء$

س$^\circ = \frac{\theta^ء}{\pi} \times ١٨٠^\circ = \frac{١,٣^ء}{\pi} \times ١٨٠^\circ = ٤^{\prime\prime} ٢٩^{\prime} ٧٤^\circ$

مثال ٦ أوجد محيط الدائرة التى بها زاوية محيطية قياسها ٣٠° ويقابلها قوس طوله ٦سم

الحـــــل

$\because$ قياس الزاوية المركزية = ٢× قياس المحيطية

$\therefore$ س$^\circ$ المركزية = ٦٠°

$\therefore \theta^ء = \frac{س^\circ}{١٨٠^\circ} \times \pi = \frac{٦٠^\circ}{١٨٠^\circ} \times \pi = \frac{\pi}{٣}$

$\therefore نق = \frac{ل}{\theta^ء} = \frac{٦}{\frac{\pi}{٣}} = \frac{١٨}{\pi}$

محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢π × $\frac{١٨}{\pi}$ = ٣٦سم

مثال ٧ أوجد بالقياس الستيني للزاوية المركزية التي تحصر قوسا طوله ٥πسم في دائرة طول نصف قطرها ١٥سم

الحـــــل

نق = ١٥سم ، ل = ٥π سم ، $\theta^ء$ = ؟؟؟؟ س$^\circ$ = ؟؟؟؟

$\theta^ء = \frac{ل}{نق} = \frac{٥\pi}{١٥} = \frac{\pi}{٣}^ء$

س$^\circ = \frac{\theta^ء}{\pi} \times ١٨٠^\circ = \frac{\frac{\pi}{٣}}{\pi} \times ١٨٠^\circ = ٦٠^\circ$

لو صعبت الحل لو خمنت السيل
علاقة رأسية قديمة

مثال ٨ عين الربع الذي تقع فيه الزاوية الموجهة لكل من الزوايا التي قياسها كالآتي :

(١) $٣,١٢^ج$ (٢) $-٦,٥^ج$ (٣) $\frac{٣}{٤}\pi$

الحـــــــل

(١) $س^\circ = \frac{θ^ج}{\pi} \times ١٨٠^\circ = \frac{٣,١٢^ج}{\pi} \times ١٨٠^\circ = ١٧٨^\circ\ ٤٥'\ ٤٦''$

∵ $٩٠^\circ < ١٧٨^\circ\ ٤٥'\ ٤٦'' < ١٨٠^\circ$ تقع في الربع الثاني

(٢) $س^\circ = \frac{θ^ج}{\pi} \times ١٨٠^\circ = \frac{-٦,٥^ج}{\pi} \times ١٨٠^\circ = -٢١''\ ٢٥'\ ٣٧٢^\circ$ ☜ الناتج أكبر من ٣٦٠° فنحسب المكافئ

$٢١''\ ٢٥'\ ٣٧٢^\circ$ تكافئ $-٢١''\ ٢٥'\ ٣٧٢^\circ + ٧٢٠^\circ = ٣٩''\ ٣٤'\ ٣٤٧^\circ$

∵ $٠^\circ < ٣٩''\ ٣٤'\ ٣٤٧^\circ < ٩٠^\circ$ تقع في الربع الرابع

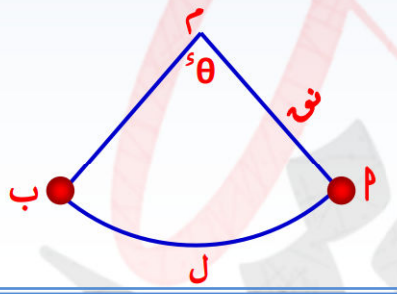
(٣) $\frac{٣}{٤}\pi$

$س^\circ = \frac{٣}{٤} \times ١٨٠^\circ = ١٣٥^\circ$ ☜ شيل π وحط مكانها ١٨٠° يطلع القياس الستيني "الدرجات"

∵ $٩٠^\circ < ١٣٥^\circ < ١٨٠^\circ$ تقع في الربع الثاني

تراكمي :

- مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأي مضلع عدد أضلاعه ن = (ن − ٢) × ١٨٠° = π(ن − ٢)
- ☜ مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠° تكافئ π
- ☜ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠° تكافئ ٢π
- مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الإرتفاع المناظر لها



- في مسألة البندول
- ☜ زاوية التأرجح هي θ ج
- ☜ طول خيط البندول هو نق
- ☜ طول مسار كرة البندول هو ل

مثال ٩ أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

كرة مربوطة بخيط طوله ٢٠سم تتأرجح الكرة بزاوية قياسها $\frac{\pi}{٤}$ فإن: طول مسار حركة الكرة.....

(أ) ٥سم (ب) ١٠سم (حـ) ٥πسم (د) ١٠πسم

الحـــــــل

θ ج = زاوية التأرجح = $\frac{\pi}{٤}$ ، نق = طول الخيط = ٢٠سم

∵ ل = θ ج × نق = $\frac{\pi}{٤} \times ٢٠ = ٥\pi$سم الإختيار (حـ)

مثال ١٠ أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

مجموع قياسات زوايا المضلع السباعي بالقياس الدائري تساوي.....

(أ) 7π (ب) 6π (ج) 5π (د) 4π

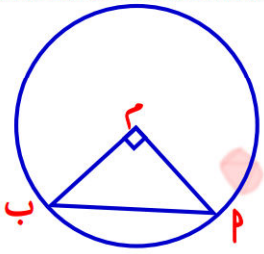
الحـــــــل

مجموع قاسات زوايا أي مضلع = $(ن - 2) \times \pi = (7 - 2) \times \pi = 5\pi$ الإختيار (ج)

مثال ١١ في الشكل المقابل:

مساحة Δ م أ ب = 32 سم^2 ،

أوجد طول $\overline{أ ب}$



الحـــــــل

م أ = م ب = نق

مساحة Δ م أ ب = $\frac{1}{2} \times$ نق $\times$ نق = 32 بالضرب $\times 2$ للتخلص من النص

نق^2 = 64 بحساب الجذر التربيعي

نق = 8 سم

قياس الزاوية المركزية = 90° ومنها $\theta^c = \frac{\pi}{2}$

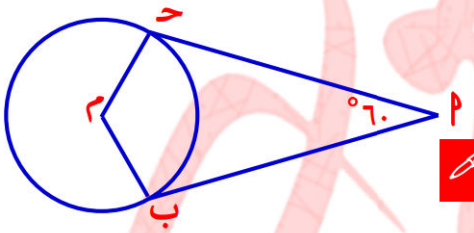
طول القوس $\overset{\frown}{أ ب}$ = ل = $\theta^c \times$ نق = $\frac{\pi}{2} \times 8 = 4\pi$

مثال ١٢ في الشكل المقابل:

$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ مماسان للدائرة م ،

ق(∠ حـ أ ب) = 60° ، أ م = 12 سم

أوجد لأقرب عدد صحيح طول القوس الأكبر ب حـ



الحـــــــل

∵ $\overline{أ ب}$ مماس للدائرة م ، $\overline{ب م}$ نصف قطر فيها

∴ ق(∠ أ ب م) = 90°

∵ $\overline{أ حـ}$ مماس للدائرة م ، $\overline{حـ م}$ نصف قطر فيها

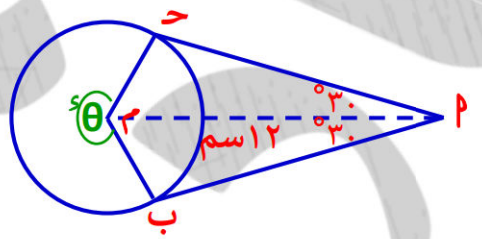
∴ ق(∠ أ حـ م) = 90°

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = 360°

ق(∠ ب م حـ) = $360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$

ق($\overset{\frown}{ب حـ}$) الاكبر = $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$

∴ $\theta^c = \frac{س^\circ}{180^\circ} = \pi \times \frac{240^\circ}{180^\circ} = \frac{4\pi}{3}$



في Δ أ حـ م قائم الزاوية في ب ، ق(∠ حـ أ م) = 30°

∴ حـ م = $\frac{1}{2}$ طول الوتر = $\frac{1}{2} \times 12 = 6$ سم

طول القوس $\overset{\frown}{ب حـ}$ الأكبر = ل = $\theta^c \times$ نق = $\frac{4\pi}{3} \times 6 = 8\pi$ سم

تمارين على القياس الستيني و القياس الدائري

أولاً: أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

١) طول القوس في دائرة طول نصف قطرها ١٢سم ، ويقابل زاوية مركزية قياسها ٦٠° =.....
(أ) 5π (ب) 4π (ج) 3π (د) 2π

٢) مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي بالتقدير الدائري يساوي.....
(أ) 2π (ب) $1,5\pi$ (ج) 3π (د) $2,5\pi$

٣) القوس الذي طوله ٢πسم في دائرة طول نصف قطرها ١٢سم يقابل زاوية مركزية قياسها.....
(أ) ١٨٠° (ب) ٣٠° (ج) ٦٠° (د) ٩٠°

٤) القياس الدائري والستيني لزاوية مركزية تقابل قوسا طوله ٣سم في دائرة مساحة سطحها ١٦πسم^{٢} =.....
(أ) (١ ، ١٨٠°) (ب) (١,٥ ، ٨٦°) (ج) (١,٧٥ ، ٩٠°) (د) (٠,٧٥ ، ٤٣°)

٥) قياس الزاوية المركزية المرسومة على القوس الذي طوله يساوي قطر الدائرة مقربا لأقرب درجة يساوي.....
(أ) ١١٣° (ب) ١١٥° (ج) ١٢٠° (د) ١٨٠°

٦) إذا كان طول قوس من دائرة يساوي $\frac{3}{8}$ محيطها فإن قياس الزاوية المركزية المقابلة له بالتقدير الستيني يساوي.....
(أ) ٦٧ ٣٠′ ° (ب) ٣٠° (ج) ١٣٥° (د) ٤٣°

٧) القوس الذي طوله ٥πسم في دائرة طول نصف قطرها ١٥سم يقابل زاوية محيطية قياسها.....
(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (ج) ٩٠° (د) ١٨٠°

٨) قياس الزاوية المحيطية التي تحصر قوسا طوله ٢πسم في دائرة طول نصف قطرها ٤سم يساوي.....
(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (ج) ١٨٠° (د) ٢٧٠°

٩) يتأرجح بندول بزاوية قياسها ٦٠° فإذا كان طول نصف قطر البندول ١٢سم ، فإن طول المسار الدائري الذي يقطعه البندول يساوي.....سم
(أ) 3π (ب) 4π (ج) 6π (د) 8π

١٠) القوس الذي طوله ٢π سم في دائرة طول نصف قطرها ٦سم يقابل زاوية مركزية قياسها = ...
(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (ج) ٩٠° (د) ١٨٠°

١١) مثلث قياس إحدى زواياه $\frac{\pi}{6}$ وقياس الزاوية الثانية $\frac{5\pi}{12}$ فإن: القياس الستيني للزاوية الثالثة يساوي.....
(أ) ٥٠° (ب) ٦٠° (ج) ٧٠° (د) ٧٥°

١٢) الزاوية التي قياسها $\frac{٣١\pi}{٦}$ تقع في الربع .....

أ) الأول ب) الثاني حـ) الثالث ء) الرابع

١٣) القوس الذي طوله ١٥π سم في دائرة طول نصف قطرها ١٠سم يقابل زاوية مركزية قياسها يساوي.....

أ) $\frac{٢\pi}{٣}$ ب) $\frac{٤\pi}{٣}$ حـ) $\frac{٣\pi}{٢}$ ء) $\frac{٥\pi}{٣}$

١٤) أ ب حـ ء شكل رباعي دائري ، ق(∠أ) = ٣٠° فإن: ق(∠حـ) = ...

أ) $\frac{\pi}{٤}$ ب) $\frac{٥\pi}{٤}$ حـ) $\frac{٧\pi}{٣}$ ء) π

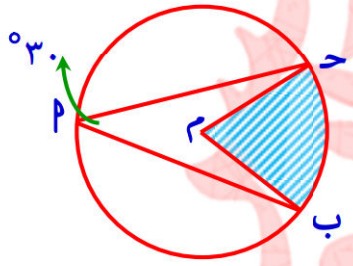
١٥) إذا كان أ ب حـ ء شكل رباعي دائري ، ق(∠أ) = ٦٠° فإن: ق(∠ حـ) =.....

أ) $\frac{\pi}{٣}$ ب) $\frac{\pi}{٦}$ حـ) $\frac{٥\pi}{٦}$ ء) $\frac{٢\pi}{٣}$

١٦) الزاوية التي قياسها ٣٠° + ١٨٠° (٢ن + ١) حيث ن ∈ ص يكون قياسها الدائري هو.....

أ) $\frac{١}{٦}\pi$ ب) π حـ) $\frac{٥}{٦}\pi$ ء) $\frac{٧}{٦}\pi$

١٧) **في الشكل المقابل:**



ق(∠ أ) = ٣٠° ، حـ م = ٦سم

فإن محيط الشكل المظلل = ...سم

أ) ٦ + ٢π ب) ١٢ + π

حـ) ١٢ + ٢π ء) ١٢ − ٢π

ثانياً: الأسئلة المقالية:

١) أوجد القياس الدائري لكل من الزوايا التى قياساتها كالآتي مقربا الناتج لثلاثة أرقام عشرية:

١) ١٢٠° ٢) ٧٤° ٣) ١١٢° ٤) ٢١ً ٢٥َ ٥٤°

٥) ٩٦٤° ٦) −١٠٧٠° ٧) ٣٣٠° ٨) ٣٧َ ١٤٥°

٢) أوجد القياس الستيني لكل من الزوايا التى قياساتها الدائري كالآتي:

١) ٢,٥ ᶜ ٢) ٠,٥٩ ᶜ ٣) $\frac{٢}{٣}\pi$ ٤) $\frac{٩}{٤}\pi$

٥) −٣,١٧ ᶜ ٦) $-\frac{١}{٢}\pi$ ٧) ١,٥π ٨) −٧,٥ ᶜ

٣) أوجد طول نصف قطر الدائرة المرسوم بها زاوية مركزية قياسها $\frac{٢}{٣}\pi$ وتحصر قوساً طوله ١٤,٧سم

٤) أوجد طول القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها ٢,٤٣ ᶜ في دائرة طول نصف قطرها ٧سم

٥) زاوية مركزية قياسها θ مرسومة في دائرة طول نصف قطرها ١٨سم ، تحصر قوسا طوله٢٦سم ، أوجـد θ بالقياس الدائري وبالقياس الستيني

٦) أوجد القياس الستيني والقياس الدائري لزاوية مركزية تحصر قوسا طوله ٢١سم في دائرة طول نصف قطرها ٧سم

٧) أ ب حـ مثلث فيه ق(∠ أ) = ٧٠°، ق(∠ ب) = ٦٠° أوجد ق(∠ حـ) بالتقدير الدائري

٨) أوجد قياس الزاوية المركزية المرسومة عل القوس الذي طوله يساوي طول قطر الدائرة مقربة لأقرب درجة

٩) أوجد القياس الستيني لزاوية محيطية تحصر قوسا طوله π٥ في دائرة طول نصف قطرها ١٥سم

ركن الدحيحة:

أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

١) القياس الدائري لزاوية رأس المضلع الثماني المنتظم تساوي.....

أ) $\frac{\pi}{٤}$ ب) $\frac{\pi ٣}{٤}$ حـ) π د) $\frac{\pi ٥}{٤}$

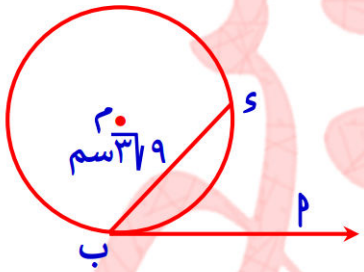
٢) إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا الشكل الرباعي كنسبة ٥ : ٤ : ٩ : ٦ فإن قياس أصغر زواياه يساوي.....

أ) $\frac{\pi}{١٢}$ ب) $\frac{\pi}{٣}$ حـ) $\frac{\pi ٥}{١٢}$ د) $\frac{\pi ٢}{٣}$

٣) في الشكل المقابل:

أ ب مماس للدائرة م ، ق(∠ أ ب د) = ٦٠°،

د ب = ٣√٩ سم فإن: طول (ب د) = ...



أ) π٩ ب) π١٨

حـ) π٣ د) π٦